

# MATEMATIKA – KÖZÉPSZINT

2023. december 31-ig

## A vizsgán használható segédeszközök

írásbeli: a vizsgázó biztosítja: függvénytáblázat (egyidejűleg akár többféle is), szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológép, körző, vonalzó, szögmérő

**CSAK ABBAN AZ ESETBEN, HA A VIZSGÁZÓ AZ ÍRÁSBELI RÉSZEN NEM ÉRI EL A 25 %-OT, DE MEGHALADJA A 12,5 %-OT:**

szóbeli: a vizsgázó biztosítja: függvénytáblázat (egyidejűleg akár többféle is), szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológép, körző, vonalzó, szögmérő

## A vizsga leírása

*Írásbeli vizsga 180 perc*

Feladatsor: 100 pont (I. 45 perc – 30 pont; II. 135 perc – 70 pont)

Az írásbeli vizsgadolgozatokat a szaktanár javítja és értékeli. Az értékelés központi javítási-értékelési útmutató alapján történik.

*Szóbeli vizsga 15 perc (a témaköröket a vizsgát szervező intézmény határozza meg) – 50 pont*

A vizsgázó vázlatot készíthet, amelyet tétele kifejtése közben használhat. A tételt a vizsgázónak önállóan kell kifejtenie. Definíció, illetve tétel kimondása. Definíció közvetlen alkalmazása.

Feladatmegoldás.

## Témakörök az érettségi vizsgán

Gondolkodási módszerek, halmazok, logika, kombinatorika, gráfok – Halmazműveletek. Számosság, részhalmazok. (Ismerje és használja a halmazok megadásának különböző módjait, a halmaz elemének fogalmát. Definíálja és alkalmazza gyakorlati és matematikai feladatokban a következő fogalmakat: halmazok egyenlősége, részhalmaz, üres halmaz, véges és végtelen halmaz, komplementer halmaz. Ismerje és alkalmazza gyakorlati és matematikai feladatokban a következő műveleteket: unió, metszet, különbség. Tudjon koordináta-rendszerben ábrázolni egyszerűbb ponthalmazokat. Tudja meghatározni véges halmazok elemeinek a számát.)

Matematikai logika - Fogalmak, tételek és bizonyítások a matematikában (Tudjon egyszerű matematikai szövegeket értelmezni. Értse, és egyszerű feladatokban alkalmazza a tagadás műveletet. Ismerje az „és”, a „(megengedő) vagy” logikai jelentését, tudja használni és összekapcsolni azokat a halmazműveletekkel. Tudja a „ha...akkor...” és az „akkor és csak akkor” típusú állítások igazságértékét megállapítani. Használja helyesen a „minden” és a „van olyan” kifejezéseket. Tudjon definíciókat, tételeket pontosan megfogalmazni. Használja és alkalmazza feladatokban helyesen a szükséges, az elégséges és a szükséges és elégséges feltétel fogalmát. Képes legyen egy egyszerű állításról eldönteni, hogy igaz vagy hamis.)

Kombinatorika (Tudjon egyszerű sorbarendezési, kiválasztási és egyéb kombinatorikai feladatokat megoldani. Tudja a kedvező esetek számát meghatározni a komplementer esetek segítségével is. Tudja kiszámolni a binomiális együtthatókat.)

Számelmélet, algebra

Alapműveletek – (Tudjon alapműveleteket biztonságosan elvégezni (zsebszámológéppel is). Ismerje és használja feladatokban az alapműveletek műveleti azonosságait (kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás).

A természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek - Oszthatóság. Számrendszerek. Ismerje, tudja definiálni és alkalmazni az oszthatósági alapfogalmakat (osztó, többszörös, prímszám, összetett szám). Tudjon természetes számokat prímtenyezőkre bontani, tudja adott számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét kiszámítani; tudja mindezeket egyszerű szöveges (gyakorlati) feladatok megoldásában alkalmazni. Definiálja és alkalmazza feladatokban a relatív prímszámokat. Ismerje a 10 hatványaira, illetve a 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 számokra vonatkozó oszthatósági szabályokat, tudjon egyszerű oszthatósági feladatokat megoldani. Tudja a számokat átírni 10-es alapú számrendszerből 2-es alapú számrendszerbe és viszont. Ismerje a helyiértékes írásmódot.)

Racionális és irracionális számok (Tudja definiálni a racionális és irracionális számokat, és ismerje ezek kapcsolatát a tizedestörtekkel.)

Valós számok (Ismerje a valós számkör felépítését (N, Z, Q, Q\*, R), valamint a valós számok és a számegyenes kapcsolatát. Tudjon ábrázolni számokat a számegyenesen. Ismerje és használja a nyílt és zárt intervallum fogalmát és jelölését. Ismerje az abszolútérték definícióját. Ismerje adott szám normálalakjának felírási módját, tudjon számolni a normálalakkal. Tudjon adott helyiértékre vonatkozóan helyesen kerekíteni.)

Hatvány, gyök, logaritmus – (Tudja értelmezni a hatványozást racionális kitevő esetén. Definiálja és használja az  $n$  a fogalmát. Bizonyítsa a négyzetgyökvonás azonosságait. Ismerje és alkalmazza a gyökvonás azonosságait. Definiálja és használja feladatok megoldásában a logaritmus fogalmát, valamint a logaritmus azonosságait. Tudjon áttérni más alapú logaritmusra.)

Betűkifejezések - Nevezetes azonosságok (Tudja alkalmazni feladatokban a következő kifejezések kifejtését, illetve szorzattá alakítását:  $(a + b)^2$ ,  $(a - b)^2$ ,  $a^2 - b^2$ . Tudjon algebrai kifejezésekkel egyszerű műveleteket végrehajtani, algebrai kifejezéseket egyszerűbb alakra hozni (összevonás, szorzás, osztás, szorzattá alakítás kiemeléssel, nevezetes azonosságok alkalmazása).

Arányosság – Százalékszámítás (Tudja az egyenes és a fordított arányosság definícióját és grafikus ábrázolásukat. Ismerje és tudja feladatokban alkalmazni az arányosság fogalmát. Ismerje és tudja feladatokban alkalmazni a százalék fogalmát.)

Egyenletek, egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek, egyenlőtlenség-rendszerek - Algebrai egyenletek, egyenletrendszerek - Elsőfokú egyenletek, egyenletrendszerek. Másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek. Magasabb fokú egyenletek. Négyzetgyökös egyenletek (Ismerje az alaphalmaz és a megoldáshalmaz fogalmát. Alkalmazza a különböző egyenletmegoldási módszereket: mérlegelv, grafikus megoldás, ekvivalens átalakítások, következményegyenletre vezető átalakítások, új ismeretlen bevezetése, értelmezési tartomány és értékészlet vizsgálata. Tudja meghatározni szöveges feladatban szereplő változók értelmezési tartományát és a feladat eredményét összevetni a feladat szövegével. Alkalmazza az egyenleteket, egyenletrendszereket szöveges feladatok megoldásában. Tudjon elsőfokú, egyismeretlenes egyenleteket és elsőfokú, kétismeretlenes egyenletrendszereket megoldani. Ismerje az egyismeretlenes másodfokú egyenlet általános alakját.

Ismerje a másodfokú egyenlet diszkriminánsának fogalmát, és a diszkrimináns előjele és a (valós) megoldások száma közötti összefüggést. Ismerje és alkalmazza a másodfokú egyenlet megoldóképletét. Használja a teljes négyzetté alakítás módszerét. Alkalmazza feladatokban a gyöktényezőző alakot. Tudjon törtes egyenleteket, másodfokú egyenletre vezető szöveges feladatokat megoldani. Tudjon egyszerű másodfokú egyenletrendszereket megoldani. Tudjon egyszerű, másodfokúra visszavezethető egyenleteket megoldani. Tudjon  $\sqrt{ax+b}=cx+d$  típusú egyenleteket megoldani.) Nem algebrai egyenletek - Abszolútértékes egyenletek. Exponenciális és logaritmosus egyenletek. Trigonometrikus egyenletek (Tudjon  $|ax + b| = cx + d$  típusú egyenleteket megoldani. Tudjon definíciók és azonosságok közvetlen alkalmazását igénylő feladatokat megoldani. Tudjon definíciók és azonosságok közvetlen alkalmazását igénylő feladatokat megoldani.) Egyenlőtlenségek, egyenlőtlenségrendszerek (Tudjon egyszerű első- és másodfokú, valamint törtes egyenlőtlenségeket és egyszerű egyenlőtlenség-rendszereket megoldani.)

Középértékek, egyenlőtlenségek – (Ismerje két pozitív szám számtani és mértani közepének fogalmát, kapcsolatát, használatát.)

Függvények, az analízis elemei

A függvény (Ismerje a függvény matematikai fogalmát és a függvénytani alapfogalmakat (értelmezési tartomány, hozzárendelés, képhalmaz, helyettesítési érték, értékkészlet). Tudjon szövegesen megfogalmazott függvényt képlettel megadni. Tudjon helyettesítési értéket számítani, illetve tudja egyszerű függvények esetén  $f(x) = c$  alapján az  $x$ -et meghatározni. Ismerje a kölcsönösen egyértelmű megfeleltetés fogalmát. Ismerje és alkalmazza a függvényeket gyakorlati problémák megoldásánál. Ismerje az inverzfüggvény fogalmának szemléletes értelmezését (pl. az exponenciális és a logaritmus függvény vagy a geometriai transzformációk esetében).)

Egyváltozós valós függvények (Ismerje, tudja ábrázolni és jellemezni az alábbi hozzárendeléssel megadott függvényeket:  $x \mapsto ax + b$ ,  $x \mapsto x^2$ ,  $x \mapsto x^3$ ,  $x \mapsto ax^2 + bx + c$ ,  $x \mapsto \sqrt{x}$ ,  $x \mapsto |x|$ ,  $x \mapsto ax \cdot x \mapsto \sin x$ ,  $x \mapsto \cos x$ ,  $x \mapsto \operatorname{tg} x$ ,  $x \mapsto \operatorname{ar} x$ ,  $x \mapsto \log_a x$ . Tudjon értéktáblázat és képlet alapján függvényt ábrázolni, illetve adatokat leolvasni a grafikorról. Tudjon néhány lépéses transzformációt igénylő függvényeket függvénytranszformációk segítségével ábrázolni:  $f(x) + c$ ,  $f(x+c)$ ,  $c \cdot f(x)$ . Tudjon egyszerű függvényeket jellemezni (pl. grafikon alapján) értékkészlet, zérushely, növekedés, fogyás, szélsőérték, periodicitás, paritás szempontjából.)

Sorozatok (Ismerje a számsorozat fogalmát és használja a különböző megadási módjait (utasítás, képlet, rekurzív definíció). Tudjon olyan feladatokat megoldani a számtani és mértani sorozatok témaköréből, ahol a számtani, illetve mértani sorozat fogalmát és az  $a_n$ -re, illetve az  $S_n$ -re vonatkozó összefüggéseket kell használni. Tudja a kamatos kamat számítására vonatkozó képletet használni, s abból bármelyik ismeretlen adatot kiszámolni.)

Geometria, koordinátageometria, trigonometria

Elemi geometria (Ismerje és használja megfelelően az alapfogalom, axióma, definiált fogalom, bizonyított tétel fogalmát. Ismerje a térelemeket és a szög fogalmát. Ismerje a szögek nagyság szerinti osztályozását és a nevezetes szögpárokat. Tudja a térelemek távolságára és szögére (pont és egyenes, pont és sík, párhuzamos egyenesek, párhuzamos síkok távolsága; két egyenes, egyenes és sík, két sík hajlásszöge) vonatkozó meghatározásokat. Ismerje a kör, gömb, szakaszfelező merőleges, szögfelező fogalmát. Használja a fogalmakat feladatmegoldásokban.)

Geometriai transzformációk (Ismerje a síkbeli egybevágósági transzformációk (eltolás, tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli forgatás) leírását, tulajdonságaikat. Alkalmazza a

feladatokban az eltolás, tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés egybevágósági transzformációkat. Tudjon végrehajtani transzformációkat konkrét esetekben. Ismerje és tudja alkalmazni feladatokban a háromszögek egybevágósági alapeseteit. Ismerje fel és használja feladatokban a különböző alakzatok szimmetriáit. Ismerje a középpontos hasonlósági transzformáció leírását, tulajdonságait. Alkalmazza a középpontos nagyítást, kicsinyítést egyszerű, gyakorlati feladatokban. Tudjon szakaszt adott arányban felosztani. Ismerje és tudja alkalmazni feladatokban a háromszögek hasonlósági alapeseteit. Ismerje fel a hasonló alakzatokat, tudja felírni a hasonlóság arányát. Ismerje és alkalmazza feladatokban a hasonló síkidomok területének arányáról és a hasonló testek felszínének és térfogatának arányáról szóló tételeket.)

Síkbeli és térbeli alakzatok (Ismerje a síkidomok, testek csoportosítását különböző szempontok szerint. Tudja csoportosítani a háromszögeket oldalak és szögek szerint. Ismerje és alkalmazza az alapvető összefüggéseket háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei között (háromszög-egyenlőtlenség, belső, illetve külső szögek összege, nagyobb oldallal szemben nagyobb szög van). Ismerje és alkalmazza speciális háromszögek tulajdonságait. Ismerje és alkalmazza a háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó definíciókat, tételeket (oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt, illetve beírt kör). Ismerje és alkalmazza a Pitagorasz-tételt és megfordítását. Ismerje és alkalmazza a magasság- és a befogótételt. Ismerje a négyszögek fajtáit (trapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet) és tulajdonságaikat, ismereteit alkalmazza egyszerű feladatokban. Ismerje a konvex négyszög belső és külső szögeinek összegére vonatkozó tételeket, alkalmazza ezeket egyszerű feladatokban. Ismerje és alkalmazza konvex sokszögeknél az átlók számára, a belső és külső szögösszegre vonatkozó tételeket. Ismerje a szabályos sokszögek definícióját. Ismerje a kör részeit, ismereteit alkalmazza egyszerű feladatokban. Tudja és használja, hogy a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, és hogy külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak. Tudjon szöget mérni fokban és radiánban. Tudja és alkalmazza feladatokban, hogy a középponti szög arányos a körívvel és a hozzá tartozó körcikk területével. Ismerje és alkalmazza feladatokban a Thalész-tételt és megfordítását. Ismerje a következő testeket és azok részeit, alkotóelemeit: hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp. Ismereteit alkalmazza egyszerű feladatokban.)

Vektorok síkban és térben (Ismerje és alkalmazza feladatokban a következő definíciókat, tételeket: - vektor fogalma, abszolútértéke, - nullvektor, ellentett vektor, - vektorok összege, különbsége, vektor skalárszorosa, - vektorműveletekre vonatkozó műveleti azonosságok, - vektor felbontása összetevőkre. Ismerje a skaláris szorzat definícióját, tulajdonságait. Ismerje és alkalmazza feladatokban a következő definíciókat, tételeket: - vektor koordinátái, - a vektor  $90^\circ$ -os elforgatottjának koordinátái, - vektorok összegének, különbségének, skalárral való szorzatának koordinátái, - skalárszorzat kiszámítása vektorok koordinátáiból.)

Trigonometria (Tudja hegyesszögek szögfüggvényeit derékszögű háromszög oldalarányaival definiálni, ismereteit alkalmazza feladatokban. Tudja a szögfüggvények általános definícióját. Tudja és alkalmazza a szögfüggvényekre vonatkozó alapvető összefüggéseket: pótszögek, kiegészítő szögek, negatív szög szögfüggvénye,  $\sin 2\alpha + \cos 2\alpha = 1$ ,  $\operatorname{tg}\alpha = \sin\alpha / \cos\alpha$ . Ismerje és alkalmazza a nevezetes szögek ( $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ) szögfüggvényeit. Ismerje és alkalmazza feladatokban a szinusz- és a koszinusztételt.)

Koordinátagometria (Tudja kiszámítani  $\overrightarrow{AB}$  vektor koordinátáit, abszolútértékét. Tudja kiszámítani két pont távolságát. Tudja kiszámítani szakasz felezőpontjának, harmadoló pontjainak koordinátáit, alkalmazza ezeket feladatokban. Tudja felírni a háromszög súlypontjának koordinátáit, alkalmazza ezt feladatokban.)

Tudja felírni különböző adatokkal meghatározott egyenesek egyenletét. Tudja kiszámítani egyenesek metszéspontjának koordinátáit. Ismerje az egyenesek párhuzamosságának és merőlegességének koordinátageometriai feltételeit. Tudjon megoldani egyszerű geometriai feladatokat koordinátageometriai eszközökkel. Tudja felírni adott középpontú és sugarú kör egyenletét. Tudja meghatározni kétismeretlenes másodfokú egyenletből a kör középpontját és sugarát. Tudja meghatározni kör és egyenes metszéspontját. Tudja felírni a kör adott pontjában húzott érintő egyenletét.)

Kerület, terület (Ismerje a kerület és a terület szemléletes fogalmát. Tudja kiszámítani a háromszög területét különböző adatokból. Tudja kiszámítani nevezetes négyszögek, szabályos sokszögek, továbbá kör, körcikk, körszelet kerületét és területét.)

Felszín, térfogat (Ismerje a felszín és a térfogat szemléletes fogalmát. Tudja kiszámítani hasáb, gúla, forgáshenger, forgáskúp, gömb, csonkakúp és csonkakúp felszínét és térfogatát egyszerű esetekben.)

Valószínűség-számítás, statisztika

Leíró statisztika (Tudjon adathalmazt szemléltetni. Tudjon adathalmazt táblázatba rendezni és táblázattal megadott adatokat feldolgozni. Értse a véletlenszerű mintavétel fogalmát. Tudjon kördiagramot és oszlopdiagramot készíteni. Tudjon adott diagramról információt kiolvasni. Tudja és alkalmazza a következő fogalmakat: osztályba sorolás, gyakorisági diagram, relatív gyakoriság. Ismerje és alkalmazza a következő fogalmakat: átlag, súlyozott számtani közép, medián, módusz, terjedelem, átlagos abszolút eltérés, szórás. Tudja kiszámítani ismert átlagú adathalmazok egyesítésének átlagát. Tudja a szórást kiszámolni adott adathalmaz esetén a definíció alkalmazásával vagy számológéppel. Tudjon adathalmazokat összehasonlítani a tanult statisztikai mutatók segítségével.)

A valószínűség-számítás elemei (Alkalmazza az esemény és az eseménytér fogalmát konkrét példák esetén. Ismerje és alkalmazza a klasszikus (Laplace)-modellt. Tudja meghatározni esemény komplementerének a valószínűségét. Ismerje a szemléletes kapcsolatot a relatív gyakoriság és a valószínűség között. Tudjon valószínűséget számítani visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel esetén. Ismerje és alkalmazza a binomiális eloszlás képletét.)